

Examenul național de bacalaureat 2026

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $(4, 9 - 3, 4) : 3 + 2, 5 = 3$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 21$. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(-3a, a)$ aparține graficului funcției f .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_7(1 + 2x - x^2) = \log_7(3 - x)$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să fie multiplu impar de 11.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0, 5)$, $B(2, 0)$ și $C(4, 2)$. Arătați că triunghiul ADC este isoscel, unde punctul D este mijlocul segmentului BC .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC , dreptunghic în A , cu $\operatorname{tg} B = \frac{1}{3}$ și aria egală cu 24. Arătați că $AC = 4$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 2a+2 & -a \\ a-3 & 1 \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(1)) = 2$.
- 5p** b) Determinați numărul real x pentru care $A(0) \cdot (6I_2 - A(2) - A(-2)) = xI_2$.
- 5p** c) Determinați matricea $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $A(1) \cdot X \cdot A(1) = 4I_2$.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 - aX + 2 + a$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $f(1) = 3$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Determinați numărul real a pentru care polinomul f este divizibil cu polinomul $g = X + 2$.
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$, unde x_1 , x_2 și x_3 sunt rădăcinile polinomului f .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x(2x^2 - 3x)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = e^x(2x+3)(x-1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{f(x) + x} = 2$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = a$, situat pe graficul funcției f , are panta egală cu 0.
2. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (2x^2 + 4x)\sqrt{x+1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = 36$.
- 5p** b) Arătați că $\int_3^8 \frac{x^2 + 2x}{f(x)} dx = 1$.

-
- 5p** c) Se consideră funcția $g : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{4\sqrt{x+1}}{f(x)}$. Determinați aria suprafeței plane delimitate de graficul funcției g , axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=4$.

Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică $M_{\text{șt-nat}}$
BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Varianta 3

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1.	$(4, 9 - 3, 4) : 3 + 2,5 = 1,5 : 3 + 2,5 =$ $= 0,5 + 2,5 = 3$	2p 3p
2.	$f(-3a) = a$ $-6a - 21 = a$, de unde obținem $a = -3$	2p 3p
3.	$1 + 2x - x^2 = 3 - x$, de unde obținem $x^2 - 3x + 2 = 0$ $x = 1$ sau $x = 2$, care convin	2p 3p
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile În mulțimea numerelor naturale de două cifre sunt 5 multipli impari de 11, deci sunt 5 cazuri favorabile, de unde obținem $p = \frac{5}{90} = \frac{1}{18}$	2p 3p
5.	$D(3, 1)$, $AD = 5$ $AC = 5$, deci triunghiul ADC este isoscel	3p 2p
6.	$\frac{AC}{AB} = \frac{1}{3}$, deci $AB = 3AC$ $\frac{AB \cdot AC}{2} = 24$, deci $AC^2 = 16$, de unde obținem $AC = 4$	2p 3p

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(1) = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(A(1)) = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 4 \cdot 1 - (-1) \cdot (-2) =$ $= 4 - 2 = 2$	3p 2p
b)	$A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $6I_2 - A(2) - A(-2) = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$, $A(0) \cdot (6I_2 - A(2) - A(-2)) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4I_2$ $4I_2 = xI_2$, de unde obținem $x = 4$	3p 2p
c)	Cum $\det(A(1)) \neq 0$, $X = 4(A(1))^{-1} \cdot (A(1))^{-1}$ $(A(1))^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, de unde obținem $X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 10 & 18 \end{pmatrix}$	2p 3p
2.a)	$f(1) = 1^3 - a \cdot 1 + 2 + a =$ $= 1 + 2 = 3$, pentru orice număr real a	3p 2p
b)	$f(-2) = 3a - 6$, pentru orice număr real a $3a - 6 = 0$, de unde obținem $a = 2$	3p 2p
c)	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = -a$, pentru orice număr real a $f(x_1) = 0$, $f(x_2) = 0$, $f(x_3) = 0$, de unde rezultă $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = -3a - 6$, deci $-3a - 6 = -a$, de unde obținem $a = -3$	2p 3p

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1.a)	$f'(x) = e^x(2x^2 - 3x) + e^x(4x - 3) =$ $= e^x(2x^2 + x - 3) = e^x(2x + 3)(x - 1), \quad x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{f(x) + x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(f(x) - x)'}{(f(x) + x)'} =$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x(2x + 3)(x - 1) - 1}{e^x(2x + 3)(x - 1) + 1} = \frac{-3 - 1}{-3 + 1} = 2$	2p 3p
c)	$f'(a) = 0, \text{ deci } e^a(2a + 3)(a - 1) = 0$ $a = -\frac{3}{2} \text{ sau } a = 1$	3p 2p
2.a)	$\int_0^3 \frac{f(x)}{\sqrt{x+1}} dx = \int_0^3 (2x^2 + 4x) dx = \frac{2x^3}{3} \Big _0^3 + 2x^2 \Big _0^3 =$ $= 18 + 18 = 36$	3p 2p
b)	$\int_3^8 \frac{x^2 + 2x}{f(x)} dx = \int_3^8 \frac{1}{2\sqrt{x+1}} dx = \int_3^8 \frac{(x+1)'}{2\sqrt{x+1}} dx = \sqrt{x+1} \Big _3^8 =$ $= 3 - 2 = 1$	3p 2p
c)	$g(x) = \frac{2}{x^2 + 2x}, \quad x \in (0, +\infty), \text{ deci } \mathcal{A} = \int_1^4 g(x) dx = \int_1^4 \frac{2}{x(x+2)} dx = \int_1^4 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx =$ $= \ln x \Big _1^4 - \ln(x+2) \Big _1^4 = \ln 2$	3p 2p