



Legi de compoziție pe o multime

Def: Fie $M \neq \emptyset$
O aplicație $f: M \times M \rightarrow M$ prin care $(x, y) \rightarrow f(x, y)$
se numește lege de compoziție pe M

Obs: ① $f(x, y)$ - compusul lui x și y prin legea „ f ”
② $f \equiv$ $0, +, \Delta, \square, \perp, \top, \dots$

Exp: ① $+: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, (x, y) \rightarrow x + y$
② $\cdot: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, (x, y) \rightarrow x \cdot y$

Exerciții:

- ① Pe $\mathbb{R}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy - x - y + 2$
- a) Calculați $(-1) \circ 2$;
 - b) Să se rezolve ecuația $x \circ 3 = 9$;
 - c) Să se rezolve ecuația $x \circ x = 1$.

$$x \circ y = xy - x - y + 2$$

a) $(-1) \circ 2 = (-1) \cdot 2 - (-1) - 2 + 2 = -2 + 1 - 2 + 2 = -1$

b) $x \circ 3 = 9$

$$x \circ 3 = x \cdot 3 - x - 3 + 2 = 3x - x - 1 = 2x - 1 \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow 2x - 1 = 9 \\ 2x = 10 \\ x = 5 \end{array} \right.$$

c) $x \circ x = 1$

$$x \circ x = x \cdot x - x - x + 2 = x^2 - 2x + 2 \quad \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 1 \\ x^2 - 2x + 1 = 0 \end{array} \right.$$
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

met1: $\left. \begin{array}{l} a=1 \\ b=-2 \\ c=1 \end{array} \right| \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac$

$$\Delta = 0 \quad \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

metz: $x^2 - 2x + 1 = 0$ $\left| \begin{array}{l} \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = 1 \\ a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2 \end{array} \right.$

② $\mathbb{R}, x \Delta y = x^2 - 2x - 2y + 6.$
Să se arate că $x \Delta y = (x-2)(y-2) + 2$

$2 \cdot 2 = 4$

$$x \Delta y = xy - 2x - 2y + 6 = xy - 2x - 2y + 4 + 2 = x(y-2) - 2(y-2) + 2 = (y-2)(x-2) + 2$$

În concluzie $x \Delta y = (x-2)(y-2) + 2$

③ $\mathbb{R}, x * y = xy - 3x - 3y + 12$
Să se rezolve ecuația $(x-1) * (x+2) = 1$

$$(x-1) * (x+2) = (x-1)(x+2) - 3(x-1) - 3(x+2) + 12 = x^2 + 2x - x - 2 - 3x + 3 - 3x - 6 + 12 = x^2 - 5x + 7$$

$$x^2 - 5x + 7 = 1 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} a=1 \\ b=-5 \\ c=6 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 25 - 24 = 1$$

$$\sqrt{\Delta} = 1$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$